

## Guía Control 2

### Riesgo

#### Pregunta 1

Suponga que en una economía existen solo dos tipos de activos A, y B. Suponga además que el retorno anual esperado y las volatilidades anuales de cada activo son  $R_A = 5\%$ ,  $R_B = 10\%$ , y  $\sigma_A = 20\%$  y  $\sigma_B = 10\%$ .

- Si el coeficiente de correlación entre A y B es cero, encuentre una cartera (es decir una combinación de A y B) que minimice el riesgo total. Calcule la volatilidad y el retorno esperado de dicha cartera.
- Cómo cambia su respuesta si el coeficiente de correlación es 1.

#### Problema 2

En el año 2005, después de años de fusiones entre conglomerados, sólo 2 grandes conglomerados quedan en la Bolsa de Comercio de Nueva York. Por conveniencia, llamaremos a estas firmas A y B. Cada una aporta con la mitad de la riqueza en el portafolio de mercado. Se han dado los siguientes datos:

	Firma A	Firma B
Tasa de retorno esperada	23%	13%
Desviación estándar del retorno (por año)	40%	24%

El coeficiente de correlación entre A y B es  $\rho_{AB} = 0.8$

- ¿Cuál es la tasa de retorno esperado del portafolio de mercado ( $r_m$ )?
- ¿Cuál es la desviación estándar del portafolio de mercado ( $\sigma_m$ )?
- ¿Cuáles son los betas de las firmas A y B?
- Asumiendo que la tasa libre de riesgo es del 10%. ¿Son las tasas de retornos esperadas de A y B consistentes con CAPM?

#### Pregunta 3

Una empresa actualmente sin deuda con un beta de 1.5 ha estimado que su costo de capital es de 16.5%. La empresa se encuentra examinando su estructura de capital para lo cual ha estimado que endeudarse significa enfrentar un spread marginal de 1% sobre la tasa libre de riesgo de 6%. Por otro lado la empresa enfrenta una estructura impositiva de 40%, y el precio de la acción es actualmente de \$20. La empresa desea estimar el costo de capital para niveles de endeudamiento,  $D/(D+E)$ , de 30%, 60% y 90%. Su investigación ha determinado los siguientes niveles de rating financiero:

$D/(D+E)$	Rating	Tasa de Interés
0%	AAA	7%
30%	BBB	9%
60%	CCC	13%
90%	D	20%

- Si la empresa recompra acciones con deuda de manera de alcanzar diferentes niveles de endeudamiento, determine los betas estimados de la acción para niveles de endeudamiento. (es decir  $D/(D+E)$ ) de 30%, 60%, y 90%.
- Determine los wacc para los diferentes niveles de endeudamiento (30%, 60%, y 90%).

#### Pregunta 4

a) Su padre es dueño de una empresa de TV Cable en Concepción, y le ha pedido a usted que le determine la el costo de capital para evaluar un proyecto de ampliación del negocio Usted ha averiguado. Usted ha averiguado que el beta de la industria es 1,12.

Actualmente en Chile, el impuesto de primera categoría es 17%. Y usted sabe que una buena estimación para la tasa libre de riesgo y el retorno del mercado chileno es 3,5% anual y 10% anual respectivamente.

b) Después de mucho pensarlo, su padre considera que sería mejor realizar la inversión con una razón deuda/patrimonio equivalente al 83% con una tasa de endeudamiento del 6% y le vuelve a pedir que le calcule la tasa de descuento para evaluar el proyecto.

Para esto, usted sabe mediante Internet, que las acciones de las empresas en el negocio de TV Cable en Estados Unidos tienen un coeficiente beta de 1,36 (con efecto deuda), una razón deuda/ patrimonio promedio de 108,29% (en valores de mercado), y una tasa de impuesto efectivo a las utilidades de 3,28%.

#### Pregunta 5

Indique si las siguientes afirmaciones son verdaderas, falsas o inciertas. Justifique cada una de sus respuestas.

- a) Dado que los accionistas son personas aversas al riesgo (como la inmensa mayoría de las personas), es de beneficio de los accionistas que las empresas se diversifiquen.
- b) Los inversionistas demandan tasas de retorno esperadas más altas en acciones con retornos más variables.
- c) Un inversionista que invierte \$10 mil en el activo libre de riesgo y \$20 mil en el portafolio de mercado tendrá un beta de 2.

#### Pregunta 6

Suponga que Jane Smith mantiene 100 acciones de *Macrosoft* y 300 acciones de *Intelligence*. Las acciones de *Macrosoft* se venden actualmente a un precio de US\$80 cada una, mientras que las de *Intelligence* se venden a US\$40 cada una. El retorno esperado de las acciones de *Macrosoft* es de 15%, mientras que el de las acciones de *Intelligence* es de 20%. La desviación estándar de *Macrosoft* es de 8%, y la de *Intelligence* es de 20%. El coeficiente de correlación entre ambos retornos es de 0.38.

- a) Calcule el rendimiento esperado y la desviación estándar de su portafolio.
- b) El día de hoy Jane vendió 200 acciones de *Intelligence* para pagar su colegiatura. Calcule el retorno esperado y la desviación estándar del nuevo portafolio. Si Jane es aversa al riesgo, ¿será éste preferible al portafolio inicial?
- c) Suponga que el coeficiente de correlación entre las acciones de *Macrosoft* e *Intelligence* es  $-1$ . ¿Cómo podría Jane formar un portafolio libre de riesgo? Si la tasa para prestar y pedir prestado es de 5% anual, ¿cómo podría Jane asegurarse ganancias ilimitadas?

#### Pregunta 7

Una empresa agrícola está haciendo estudios climáticos para saber el estado de las tierras donde se cosecha. Los costos del estudio se estiman en US\$ 0.5 millones. Los resultados históricos de los estudios indican que existe un 55% de probabilidad de que los resultados arrojen una estimación de un clima bueno y un 45% de probabilidad de que éstos sean regulares o malos.

La inversión necesaria para plantar bajo un clima bueno es de US\$ 5 millones, en tanto que la de uno pequeño es de US\$ 3 millones. No siempre los resultados previstos en los estudios reflejan lo que realmente se obtendrá en la etapa de cultivo. Los antecedentes que maneja la empresa son:

Estudio clima	Prob(resultado etapa cultivo/resultado estudio)	
	Bueno	Regular o malo
Bueno	0.70	0.30
Regular o malo	0.20	0.80

Además, si no se realizan estudios, la probabilidad de que en la etapa de cultivo el clima sea bueno es de 47.5%. Por otra parte, los flujos de caja esperados en US\$ millones dependen del resultado entre el tipo de plantación en la que se desee invertir y en el resultado de la etapa de cultivo de acuerdo a la siguiente tabla:

Plantación decidida según clima:	Resultado etapa de cultivo	
	Bueno	Regular o malo
Bueno	90	15
Regular o malo	35	25

La tasa descuento es de 10% y el proyecto se realiza una vez.

- a) Represente el proyecto como un árbol de decisión, señale claramente la secuencia de decisiones y eventos aleatorios que enfrentarán los inversionistas y las probabilidades y flujos asociados a cada rama.

- b) Determine si es conveniente realizar estudios o no (se puede invertir sin haber hecho estudios) y en una plantación que depende de qué tipo de clima.
- c) ¿Cuánto es lo máximo que está dispuesto a pagar por los estudios?

## Problema 8

Se ha contratado a Ud. para que estime el costo de capital de CODELCO, o equivalentemente la tasa de descuento a utilizar en los proyectos nuevos de CODELCO. Como la empresa de cobre no transa en bolsa, Ud. dispone de un conjunto de información la que se presenta a continuación:

Empresas Similares a Codelco	Símbolo	Beta Acción	D/E mdo.	Impuestos
Freeport McMoran Copper & Gold	FCX	0.910	2.10	30.5%
Phelps Dodge Mining Co.	PD	0.808	1.20	26.7%
Southern Peru	PCU	0.799	0.60	40.9%
WMC Holdings Ltd.	WMC	0.789	0.76	15.4%
Inco	N	0.677	1.40	37.2%
BHP Billiton	BHP	0.830	1.08	35.7%
Mim Holdings Ltd.	MIMAX	1.145	2.80	36.0%

Se estima que CODELCO puede acceder a financiamiento internacional en promedio a tasa libre de riesgo más un spread de 231 puntos base, y la composición de deuda y patrimonio son, a valores de mercado, 21,9% y 78,1% respectivamente. Codelco tributa con una tasa del 16%

Por otra parte, la estimación del retorno del patrimonio se basa exclusivamente en el modelo CAPM al cual se le debería agregar una prima por riesgo asociado al riesgo país (equivalente al spread de 231 puntos). La prima por riesgo de mercado internacional es de 7,75% nominal anual, y la tasa libre de riesgo en dólares es de un 5% anual nominal.

Utilizando la información aquí entregada, estime cuál es el costo de capital de CODELCO, estimando que la tasa de inflación anual esperada en dólares (i.e. internacional) es de 2,2%

## Problema 9

TUT, una empresa de transporte quiere estimar su costo de capital. La empresa posee un área de negocios de transporte de carga, y otra de transporte de pasajeros. Estudios preliminares indican que el 80% del endeudamiento total a valor de mercado se puede asignar al área de carga. Por otro lado, el estudio determina que los activos totales, a valor de mercado, se pueden distribuir en 60% al área de carga y el resto al área de pasajeros. Además Ud. dispone de la siguiente información:

- Tasa libre de riesgo 5%
- Retorno de la cartera de mercado 10%
- Tasa de interés deuda 9%
- Tasa marginal de impuesto a la renta 16%

El balance de la empresa, a valor de mercado, muestra un total de activos de 50 millones de USD, Deuda por 25 millones de USD y patrimonio por 25 millones de USD.

Ud dispone de la siguiente información sobre betas recogidas por un ayudante:

Empresa	Descripción	Beta	D/E mdo	Tasa imp
Carga Inc	Principal competidor en el área de carga	1,25	1,5	35%
Pullman Bus	Importante empresa de transporte de pasajeros	0,78	2,1	16%
Ferrocarriles	Empresa estatal	0,52	4,1	16%

Se pide que estime el costo de capital de TUT.

## Problema 10

Considere dos activos A y B con correlación 0.1

	Retorno esperado	Volatilidad
A	10%	15%
B	18%	30%

- Suponga que Ud. invierte en una cartera C, la cual está constituida en un 50% del activo A y en un 50% del activo B. Cuál es el retorno esperado y la volatilidad de la cartera C?
- Argumente si C es o no un punto de la frontera "eficiente" de carteras (es decir, carteras preferidas por agentes aversos al riesgo).
- Argumente si A y B son puntos en la frontera "eficiente".
- Determine el coeficiente de correlación entre el portafolio C y el activo A (Recuerde que  $\rho(R_1, R_2) = \text{Cov}(R_1, R_2) / (\sigma_1 \cdot \sigma_2)$  y además que  $\text{Cov}(R_1, R_2) = E(R_1 \cdot R_2) - E(R_1) \cdot E(R_2)$ )
- Suponga que existe además en esta economía un activo libre de riesgo, con retorno de 5%. Construya una cartera D con w% invertido en el activo libre de riesgo y (1-w)% en la cartera C. Encuentre el retorno esperado y la volatilidad de D en función de w.
- Discuta si la introducción de un activo libre de riesgo altera la frontera eficiente de las carteras.

## Pregunta 11

Suponga que Ud. dispone de la siguiente información para dos acciones en las cuales considera invertir:

Acciones de Empresas	Precio Acción	Retorno Esperado	Volatilidad Anual del Retorno	Correlaciones de los Retornos	
				A	B
A	120	5%	10,0%	1	-0,5
B	75	15%	20,0%	-0,5	1

- Suponga que ud. desea invertir 1 millón de pesos, 50% en A y 50% en B. Suponiendo que los retornos se distribuyen en forma normal, encuentre un intervalo de confianza al 95% para el valor de la riqueza final luego de su inversión en dicha cartera. (Nota recuerde que si x se distribuye normal  $(\mu, \sigma^2)$  entonces  $\text{Prob}(\mu - 1,96\sigma \leq x \leq \mu + 1,96\sigma) = 0,95$ )
- Encuentre la mínima desviación estándar que tendría que soportar una inversión de 1 millón en A y B.
- Suponiendo que el máximo riesgo que Ud. puede asumir es de 15% (volatilidad del retorno). Cuánto debiera invertir en A y B, de manera de maximizar su retorno esperado?
- Construya una cartera C (invirtiendo en A y B), que tenga cero covarianza con el activo B. Cuál es el retorno esperado y la volatilidad de C?

## Pregunta 12

Usted acaba de ser contratado como consultor de CDUE, prestigioso equipo deportivo chileno, asociado a una colonia de inmigrantes, el que producto de un reciente logro deportivo ha decidido analizar el cotizar sus acciones en la bolsa de comercio de Santiago. Para este fin la empresa requiere de una estimación de su costo de capital (WACC).

Usted ha realizado un exhaustivo análisis y ha obtenido la siguiente información de empresas comparables.

Equipo	País	Beta	Relación Deuda / Patrimonio
Lazio	Italia	0,710	4,33
Newcastle	Inglaterra	0,465	1,16
Oporto	Portugal	0,457	0,98
Brondby	Dinamarca	0,350	0,73
Southampton	Inglaterra	0,640	1,95
Millwall	Inglaterra	0,260	0,00
Hearts	Escocia	0,700	3,82

Usted sabe además que la tasa de impuestos corporativos es de 37,25% para las empresas italianas, de 27,5% para las portuguesas y de 30% para las empresas inglesas, escocesas y danesas.

- Si Ud. estima que la tasa libre de riesgo relevante para Chile es de 6% y que la prima por riesgo de mercado es de 7%. Calcule el retorno que debieran exigir los accionistas de CDUE si la tasa de impuestos corporativos en Chile es de 17% y además se espera que tras la colocación de acciones el club quede con una relación deuda –patrimonio de 3,5 veces
- Calcule el costo de capital promedio ponderado de CDUE si la empresa se puede endeudar a una tasa de 27% anual.

## Pregunta 1

Sol:

- a) El inversionista debe minimizar el riesgo de la cartera, por lo que resuelve el problema de minimizar  $\frac{\sigma_c^2}{2}$ , eligiendo los pesos de inversión de cada activo óptimos ( $w_A$  y  $w_B$ , tal que  $w_A + w_B = 1$ ). Definiendo  $w_A = w$  y  $w_B = (1-w)$ , escribimos la expresión para el riesgo de una cartera con dos activos:  $\sigma_c^2 = w^2 \sigma_A^2 + (1-w)^2 \sigma_B^2 + 2 w (1-w) \rho_{AB} \sigma_A \sigma_B$ .

Resolviendo  $\frac{d\sigma_c^2}{dw} = 0$ , llegamos al  $w$  óptimo  $w = \frac{\sigma_B^2 - \sigma_A \sigma_B \rho_{AB}}{\sigma_A^2 + \sigma_B^2 - 2 \rho_{AB} \sigma_A \sigma_B}$

Reemplazando por los datos del problema, obtenemos:

Activos	r	Sigma i	wi
A	0,05	0,2	0,2
B	0,1	0,1	0,8

Coef. Corr	0
Sigma c	0,089
rc	0,090

O sea, el inversionista debe construir una cartera en la que el 20% de su inversión esté en el activo A y el 80% en B.

El retorno de la cartera está dado por  $r_c = w r_A + (1-w) r_B = 9\%$

La volatilidad está dada por  $\sigma_c$ , donde  $\sigma_c^2 = w^2 \sigma_A^2 + (1-w)^2 \sigma_B^2 + 2 w (1-w) \rho_{AB} \sigma_A \sigma_B$ . Luego  $\sigma_c = 8,9\%$

- b) Reemplazando en las relaciones anteriores, pero ahora considerando  $\rho_{AB} = 1$ , llegamos a

Activos	r	Sigma i	wi
A	0,05	0,2	-1
B	0,1	0,1	2

Coef. Corr	1
Sigma c	0,000
rc	0,150

O sea, si el inversionista tiene 1\$ como capital para invertir, debe vender 1\$ del activo A y comprar 2\$ del activo B.

El retorno de la cartera está dado por  $r_c = w r_A + (1-w) r_B = 15\%$

La volatilidad está dada por  $\sigma_c$ , donde  $\sigma_c^2 = w^2 \sigma_A^2 + (1-w)^2 \sigma_B^2 + 2 w (1-w) \rho_{AB} \sigma_A \sigma_B$ . Luego  $\sigma_c = 0\%$

## Pregunta 2

a) :

Del enunciado  $w_1 = w_2 = 0,5$

Luego  $\bar{r}_m = w_a \cdot \bar{r}_a + w_b \cdot \bar{r}_b = 0,5 \cdot 0,23 + 0,5 \cdot 0,13 = 0,18 = 18\%$

b) ¿Cuál es la desviación estándar del portafolio de mercado ( $\sigma_m$ )?

R:

Usamos que:  $\sigma_m^2 = w_a^2 \cdot \sigma_a^2 + w_b^2 \cdot \sigma_b^2 + 2 \cdot w_a \cdot w_b \cdot \sigma_a \cdot \sigma_b \cdot \rho_{ab} = 0.0928$   
 $\Rightarrow \sigma_m = 30.46\%$

c) ¿Cuáles son los betas de las firmas A y B?

R:

De la definición de beta, y recordando las propiedades bi-lineales de la covarianza de dos variables aleatorias  $r_a$  y  $r_m$ :

$$\beta_a = \frac{\sigma_{am}}{\sigma_m^2}$$

$$\text{pero } \sigma_{am} = \text{cov}(r_a, r_m) = \text{cov}(r_a, w_a \cdot r_a + w_b \cdot r_b) = w_a \cdot \text{cov}(r_a, r_a) + w_b \cdot \text{cov}(r_a, r_b)$$

$$\Rightarrow \sigma_{am} = 0.5 \cdot \sigma_a^2 + 0.5 \cdot \sigma_a \cdot \sigma_b \cdot \rho_{ab} = 0.1184$$

$$\Rightarrow \beta_a = \frac{0.1184}{0.0928} = 1.276$$

Para calcular beta de la empresa b, se puede realizar el mismo procedimiento anterior, o notar que:

$$\sigma_m^2 = \sum_i w_i \cdot \sigma_{im} \Leftrightarrow 1 = \sum_i w_i \cdot \frac{\sigma_{im}}{\sigma_m^2} = \sum_i w_i \cdot \beta_i$$

$$\text{luego: } 1 = w_a \cdot \beta_a + w_b \cdot \beta_b \Rightarrow \beta_b = \frac{1 - w_a \cdot \beta_a}{w_b} = 0.724$$

d) Asumiendo que la tasa libre de riesgo es del 10%. ¿Son las tasas de retornos esperadas de A y B consistentes con CAPM?

R:

$$\text{CAPM} \Rightarrow \bar{r}_i = r_f + \beta_i \cdot (\bar{r}_m - r_f) \text{ retorno esperado del activo i.}$$

Luego, reemplazando con los datos anteriores:

$$r_a = 20.2\%$$

$$r_b = 15.79\%$$

no es coherente con los datos del problema. Luego, probablemente el que calculó los datos del problema no lo hizo con CAPM (usó otro método, tipo media de datos históricos).

### Pregunta 3

a) Si la empresa recompra acciones con deuda de manera de alcanzar diferentes niveles de endeudamiento, determine los betas estimados de la acción para niveles de endeudamiento. (es decir  $D/(D+E)$ ) de 30%, 60%, y 90%.

Sabemos que  $\beta_U = 1.5$ , luego  $\beta_L = 1.5 \cdot (1 + (1-0.4) \cdot D/E)$ . Luego:

$D/(D+E)$	$D/E$	$\beta_L$
30%	0.4286	1.886

60%	1.5	2.850
90%	9.0	9.600

b) Determine los wacc para los diferentes niveles de endeudamiento (30%, 60%, y 90%).

$$Wacc = R_d \cdot D/(D+E) \cdot (1-T) + R_e \cdot E/(D+E)$$

$$\text{Donde } R_e = R_f + \beta_U \cdot (R_m - R_f)$$

Como el costo de capital para el caso sin deuda es 16.5% entonces  $16.5 = R_e = R_f + \beta_U \cdot (R_m - R_f)$  entonces  $16.5 = 6 + 1.5 \cdot e$  ( $e = R_m - R_f$ ). Es decir  $e = 7\%$ .

Luego,

D/(D+E)	E/(D+E)	Re	Wacc
30%	70%	19.200%	15.060%
60%	40%	25.950%	15.060%
90%	10%	73.200%	18.120%

#### Pregunta 4

a) En este caso se trata de un proyecto puro, es decir, no hay deuda, luego, el costo de capital es la tasa de rendimiento del patrimonio, rendimiento que se calcula mediante el modelo CAPM

$$CAPM \rightarrow r_p = r_f + (r_m - r_f) \cdot \beta$$

$$r_e = 3,5\% + (10,0\% - 3,5\%) \cdot 1,12 = 10,78\%$$

b) Vamos a calcular la tasa de descuento (WACC) para un proyecto en Chile basándonos en parámetros obtenidos de un mercado financiero maduro (EE.UU.). Para ello, primero tomamos el beta patrimonial (de las acciones) del sector TV Cable norteamericano y eliminamos el efecto del endeudamiento:

$$\beta_U = \frac{\beta_L}{1 + (1 - t) \frac{D}{P}} = \frac{1,36}{1 + (1 - 3,28\%) \cdot 108,29\%} = 0,6643$$

Luego calculamos el beta patrimonial de la empresa local:

$$\beta_L = \beta_U \left[ 1 + (1 - t) \frac{D}{P} \right] = 0,6643 \cdot [1 + (1 - 17\%) \cdot 83\%] = 1,122$$

El costo del patrimonio de la empresa local, se calcula con el CAPM:

$$\begin{aligned} r_p &= r_f + \beta_L [r_m - r_f] \\ &= 3,5\% + [10\% - 3,5\%] \cdot 1,122 = 10,8\% \end{aligned}$$

Para calcular la tasa de descuento, necesitamos D/V y P/V donde  $V = D + P$  = valor de la empresa. Para nuestra empresa, asumiendo  $V = 1$  (sólo para efectos de cálculo):

$$\frac{D}{P} = 0,83 \text{ y } D + P = 1$$

Luego:

$$D = 0,83P \Rightarrow 0,83P + P = 1 \Rightarrow P = 54,64\% \Rightarrow D = 45,36\%$$

Luego, la tasa de descuento calculada como el costo de capital promedio ponderado (WACC) en pesos es:

$$\begin{aligned} Wacc &= (D/D+P) \cdot (1+t) \cdot r_D + (P/D+P) \cdot r_P \\ &= 45,36\% \cdot (1-17\%) \cdot 6\% + 54,64\% \cdot 10,8\% \\ &= 8,16\% \end{aligned}$$

## Pregunta 5

a) Falso. La diversificación de las empresas es redundante si los inversionistas se pueden diversificar por su cuenta.

b) Falso. Los inversionistas demandan un mayor retorno de aquellos activos con un mayor riesgo no diversificable. Es decir, de aquellos activos con un grado de correlación alto y positivo con el portafolio de mercado. O, en otras palabras, de aquellos activos con un beta alto (positivo). Específicamente, según CAPM, a mayor beta (positivo), mayor es el premio por riesgo exigido:  $E(r_i - r_f) = \beta_i E(r_m - r_f)$ .

c) Falso. El valor total del portafolio es \$30 mil. Las participaciones del activo libre de riesgo y del portafolio de mercado son 1/3 y 2/3, respectivamente. Por lo tanto, el beta del portafolio es:  $\beta_p = 1/3 \cdot 0 + 2/3 \cdot 1 = 2/3 = 0.67$ .

## Pregunta 6

Sol:

a) La cantidad invertida en Macrosoft es  $100 \cdot \$80 = \$8000$ , mientras que la cantidad invertida en Intelligence alcanza a  $300 \cdot \$40 = \$12000$ . De ello, las ponderaciones en Macrosoft e Intelligence son, respectivamente, 0.4 y 0.6. Por lo tanto:

$$E(r_p) = 0.4 \cdot 0.15 + 0.6 \cdot 0.2 = 0.18 = 18\%.$$

$$\sigma_p^2 = 0.4^2 \cdot 0.08^2 + 0.6^2 \cdot 0.2^2 + 2 \cdot 0.4 \cdot 0.6 \cdot 0.38 \cdot 0.08 \cdot 0.2 = 0.0183424$$

$$\Rightarrow \sigma_p = 0.1354 = 13.54\%$$

b) La nuevas ponderaciones son: Macrosoft:  $8000/12000 = 0.667$ ; Intelligence:  $4000/12000 = 0.333$ .

$$E(r_p) = 0.667 \cdot 0.15 + 0.333 \cdot 0.2 = 0.1666 = 16.66\%.$$

$$\sigma_p^2 = 0.667^2 \cdot 0.08^2 + 0.333^2 \cdot 0.2^2 + 2 \cdot 0.667 \cdot 0.333 \cdot 0.38 \cdot 0.08 \cdot 0.2 = 0.009984$$

$$\Rightarrow \sigma_p = 0.0992 = 9.99\%$$

El retorno del portafolio cae, pero el riesgo también. Sin conocer las preferencias de Jane por retorno y riesgo no podemos decir si preferirá o no este nuevo portafolio.

d) La varianza del portafolio viene dada por:

$$\sigma_p^2 = \omega_M \sigma_M^2 + (1 - \omega_M) \sigma_I^2 + 2 \omega_M (1 - \omega_M) \rho \sigma_M \sigma_I$$



donde M e I indican Microsoft e Intelligence, respectivamente.

Si  $\rho = -1$ , entonces  $\sigma_p^2 = (\omega_M \sigma_M - (1 - \omega_M) \sigma_I)^2$ . A fin de tener un portafolio con riesgo cero, debemos igualar  $\sigma_p$  a cero:

$$\omega_M \sigma_M - (1 - \omega_M) \sigma_I = 0$$

Después de reemplazar  $\sigma_M$  y  $\sigma_I$ , se tiene  $\omega_M * 0.08 - (1 - \omega_M) * 0.2 = 0$ . De ello,  $\omega_M = 0.714$ . Por tanto,  $E(r_p) = 0.714 * 0.15 + 0.286 * 0.2 = 0.1643 = 16.43\%$ .

Si la tasa para pedir prestado es 5%, Jane se endeudará a esa tasa e invertirá en el portafolio libre de riesgo que reditúa un 16.43%. Es decir, por cada dólar invertido en el portafolio, Jane ganará, en valor neto,  $\$0.1643 - 0.05 = \$0.114$

## Pregunta 7 en anexo

## Pregunta 8

Primero beta U de las empresas utilizando  $BetaU = BetaL / (1 + D/E(1-t))$ :

Empresas Similares a Codelco	BetaU
Freeport McMoran Copper & Gold	0.370
Phelps Dodge Mining Co.	0.430
Southern Peru	0.590
WMC Holdings Ltd.	0.480
Inco	0.360
BHP Billiton	0.490
Mim Holdings Ltd.	0.410

Promedio simple = 0,447

Entonces Beta CODELCO lo podemos calcular utilizando la misma relación anterior y con  $D/E = 21,9/78,1$  y  $t = 16\%$ , entonces  $Beta = 0,552$

Luego  $Re = beta(Rm - Rf) + Rf + \text{Riesgo país} = 0,552 * 7,75 + 5 + 2,31 = 11,592\%$

Como  $Rd = 5 + 2,31 = 7,31\%$

$WACC = 0,16 * 7,31 * 21,9 + 11,592 * 78,1 = 10,40\%$  nominal (USD)

Luego  $WACC \text{ real} = 10,4 - 2,2 = 8,2\%$

## Pregunta 9

Nos dicen que la empresa TUT tiene dos áreas de negocios: transporte de carga (A) y transporte de pasajeros (B). Además sabemos que el 80% del endeudamiento total a valor de mercado se puede asignar al área de carga:

$$\frac{D_A}{D_A + D_B} = \frac{D_A}{D_{TUT}} = 0.8 \quad (1)$$

y que el 60% de los activos (a valor de mercado) pertenecen a área de carga:

$$\frac{D_A + E_A}{D_A + E_A + D_B + E_B} = \frac{V_A}{V_{TUT}} = 0.6 \quad (2)$$

otros datos que nos dan son:

$$r_f = 0.05$$

$$r_m = 0.1$$

$$r_d = 0.09$$

$$t = 0.16$$

Sabemos que el balance a valor de mercado muestra que los activos son de 50 y que los pasivos y el patrimonio es 25 (todo en millones de USD):

$$V_{TUT} = D_A + E_A + D_B + E_B = 50 \quad (3)$$

$$D_{TUT} = D_A + D_B = 25 \quad (4)$$

$$E_{TUT} = E_A + E_B = 25 \quad (5)$$

de (1) y (4) obtenemos:

$$D_A = 0.8D_{TUT} = 20 \quad (6)$$

remplazando (6) en (4):

$$D_B = 25 - D_A = 5 \quad (7)$$

reemplazando (6) y (3) en (2):

$$E_A = 0.6V_{TUT} - D_A = 0.6 * 50 - 20 = 10 \quad (8)$$

remplazando (8) en (5)

$$E_B = E_{TUT} - E_A = 15 \quad (9)$$

Luego los activos (patrimonio más pasivos) de A y B son 30 y 20 respectivamente.

Después de estos cálculos nos concentramos en las empresas Carga Inc y Pullman Bus, ya que están en el mismo negocio que A y B respectivamente. Sabemos que la fórmula que liga los Betas con y sin deuda es:

$$\beta_U = \frac{\beta_L}{\left(1 + \frac{D}{E}(1-t)\right)}$$

por lo que:

$$\beta_U^{CI} = \frac{\beta_L^{CI}}{\left(1 + \frac{D^{CI}}{E^{CI}}(1-t)\right)} = \frac{1.25}{1 + 1.5(1-0.16)} = 0.633 \quad (10)$$

$$\beta_U^{PB} = \frac{\beta_L^{PB}}{\left(1 + \frac{D^{PB}}{E^{PB}}(1-t)\right)} = \frac{0.78}{1 + 2.1(1-0.16)} = 0.282 \quad (11)$$

Ya tenemos los Betas sin deuda para cada empresa. Evaluando en la información que obtuvimos (ecuaciones 10 y 11) y suponiendo que los Betas sin deuda de cada área de negocios es representativo (como son rubros distintos no podemos promediar los Betas como se hace usualmente, ya que estaríamos mezclando "peras con manzanas"), es decir suponemos:

$$\beta_U^A = \beta_U^{CI}$$

$$\beta_U^B = \beta_U^{PB}$$

Por lo tanto tenemos:

$$\beta_L^A = \beta_U^A \left(1 + \frac{D_A}{E_A}(1-t)\right) = 0.633 \left(1 + \frac{20}{10}(1-0.16)\right) = 1.696 \quad (12)$$

$$\beta_L^B = \beta_U^B \left(1 + \frac{D_B}{E_B}(1-t)\right) = 0.282 \left(1 + \frac{5}{15}(1-0.16)\right) = 0.361 \quad (13)$$

con esto sacaremos el Beta de nuestra "cartera" ponderando cada uno por su peso (dado por el %de activos del total que representa cada uno):

$$\beta_L^{TUT} = \beta_L^A \left(\frac{V_A}{V_T}\right) + \beta_L^B \left(\frac{V_B}{V_T}\right) = 1.696 \left(\frac{30}{50}\right) + 0.361 \left(\frac{20}{50}\right) = 1.017 + 0.144 = 1.161 \quad (14)$$

Ahora (por fin!) calcularemos  $r_e$ .

$$r_e^{TUT} = r_f + \beta_L^{TUT} (r_m - r_f) = 0.05 + 1.161(0.1 - 0.05) = 0.108 \quad (15)$$

Remplazando (15) y la tasa de la deuda en la fórmula del costo de capital:

$$r_{wacc}^{TUT} = r_D(1-t) \frac{D^{TUT}}{V^{TUT}} + r_e^{TUT} \frac{E^{TUT}}{V^{TUT}} = 0.09(1-0.16) \frac{25}{50} + 0.108 * \frac{25}{50} = 0.0378 + 0.054$$

$$r_{wacc}^{TUT} = 0.0918 = 9.18\%$$

## Pregunta 10

- a) Suponga que Ud. invierte en una cartera C, la cual está constituida en un 50% del activo A y en un 50% del activo B. Cuál es el retorno esperado y la volatilidad de la cartera C?

$$R_{ec} = 14.0\% \quad \sigma_c = 17.43\%$$

- b) Argumente si C es o no un punto de la frontera "eficiente" de carteras (es decir, carteras preferidas por agentes aversos al riesgo).

Requerimos definir punto de la frontera eficiente: W, definida por (w, 1-w), es una cartera eficiente si dado  $R_{eW}$  buscamos w tal que  $\sigma_w$  sea mínimo, y además si  $R_{eW} \geq R_{eMin}$ , donde  $R_{eMin}$  es el retorno de la cartera de volatilidad (o varianza) total mínima ( $\sigma_{Min}$ ).

Para el caso de 2 activos, la frontera eficiente queda simplemente definida por todos los W tales que  $R_{eW} \geq R_{eMin}$ .

$R_{eMin}$  y  $\sigma_{Min}$  se calculan

$$\min \sigma_w^2 = w^2 \sigma_A^2 + (1-w)^2 \sigma_B^2 + 2pw(1-w) \sigma_A \sigma_B$$

$$\Rightarrow w_{min} = (\sigma_B^2 - \rho \sigma_A \sigma_B) / (\sigma_A^2 + \sigma_B^2 - 2\rho \sigma_A \sigma_B)$$

es decir  $w_{min} = 82.61\%$ ,  $\sigma_{min} = 13.92\%$  y  $R_{eMin} = 11.39\%$

Como  $R_{eC} > R_{eMin}$ , entonces C es un punto de la frontera eficiente.

c) Argumente si A y B son puntos en la frontera "eficiente".

Usando el mismo argumento anterior,

A no es eficiente ya que  $R_{eA} < R_{eMin}$

B si lo es.

d) Determine el coeficiente de correlación entre el portafolio C y el activo A (Recuerde que  $\rho(R_1, R_2) = \text{Cov}(R_1, R_2) / (\sigma_1 \sigma_2)$  y además que  $\text{Cov}(R_1, R_2) = E(R_1 \cdot R_2) - E(R_1) \cdot E(R_2)$ )

$$\rho(R_A, R_C) = (E(R_C \cdot R_A) - R_{eC} \cdot R_{eA}) / (\sigma_C \cdot \sigma_A)$$

pero  $R_C = 0.5R_A + 0.5R_B$ , de donde

$$\text{Luego } R_A \cdot R_C = 0.5 \cdot R_A^2 + 0.5 \cdot R_B \cdot R_A$$

$$\text{De donde } E(R_A \cdot R_C) = 0.5 \cdot E(R_A^2) + 0.5 \cdot E(R_B \cdot R_A) = 0.5 \cdot (\sigma_A^2 + R_{eA}^2) + 0.5 \cdot (\rho \cdot \sigma_A \cdot \sigma_B + R_{eA} \cdot R_{eB})$$

Por lo que  $\rho(R_A, R_C) = 0.5164$

e) Suponga que existe además en esta economía un activo libre de riesgo, con retorno de 5%. Construya una cartera D con w% invertido en el activo libre de riesgo y (1-w)% en la cartera C. Encuentre el retorno esperado y la volatilidad de D en función de w.

$$R_{eD} = w \cdot 5 + (1-w)R_{eC}$$

$$\sigma_D = (1-w) \cdot \sigma_C$$

f) Discuta si la introducción de un activo libre de riesgo altera la frontera eficiente de las carteras.

$$R_{eD} = w \cdot 5 + (1-w)R_{eC}$$

$$\sigma_D = (1-w) \cdot \sigma_C$$

lo que equivale a:

$$R_{eD} = (R_{eC} - 5) / \sigma_C + 5$$

Luego aquellos puntos en donde  $R_{eW} \geq R_{eMin}$  pero en que  $R_{eW} < R_{eD}$  están fuera de la frontera eficiente.

## Pregunta 11

Suponga que Ud. dispone de la siguiente información para dos acciones en las cuales considera invertir:

Acciones de Empresas	Precio Acción	Retorno Esperado	Volatilidad Anual del Retorno	Correlaciones de los Retornos	
				A	B
A	120	5%	10,0%	1	-0,5
B	75	15%	20,0%	-0,5	1

- a) Suponga que ud. desea invertir 1 millón de pesos , 50% en A y 50% en B. Suponiendo que los retornos se distribuyen en forma normal, encuentre un intervalo de confianza al 95% para el valor de la riqueza final luego de su inversión en dicha cartera. (Nota recuerde que si  $x$  se distribuye normal ( $\mu$   $\sigma^2$ ) entonces  $\text{Prob}(\mu - 1,96\sigma \leq x \leq \mu + 1,96 \sigma) = 0,95$ )

$$R_c = 0.5 \cdot 0.05 + 0.5 \cdot 0.15 = 10\%$$

$$\sigma_c = \sqrt{0.5^2 \cdot 0.1^2 + 0.5^2 \cdot 0.2^2 + 2 \cdot 0.5 \cdot 0.1 \cdot 0.5 \cdot 0.2 \cdot (-0.5)} = 8.66\%$$

Como  $R_c$  es normal, se tiene que el intervalo de confianza viene dado por:

$$\text{Prob}(\mu - 1,96\sigma \leq x \leq \mu + 1,96 \sigma) = 0,95$$

Luego el intervalo queda dado por

$$0.1 - 1.96 \cdot 0.0866 = -0.0697$$

$$0.1 + 1.96 \cdot 0.0866 = 0.2697$$

Es decir (-6.97% , 26.97%) es un intervalo de confianza al 95% para el valor de los retornos, por lo tanto los límites del intervalo para la riqueza son:

$$\$1.000.000(1 - 0.0697) = \$930.264$$

$$\$1.000.000(1 + 0.2697) = \$1.269.736$$

- b) Encuentre la mínima desviación estándar que tendría que soportar una inversión de 1 millón en A y B.

Buscamos  $\sigma_{\min \text{ var}}$

$$\sigma^2 = w^2 \cdot \sigma_A^2 + (1-w)^2 \cdot \sigma_B^2 + 2 \cdot w \cdot (1-w) \cdot \sigma_A \cdot \sigma_B \cdot \rho_{AB}$$

$$\frac{d\sigma^2}{dw} = 2w\sigma_A^2 - 2(1-w)\sigma_B^2 + 2\sigma_A \cdot \sigma_B \cdot \rho_{AB} - 4w\sigma_A \cdot \sigma_B \cdot \rho_{AB}$$

$$\frac{d\sigma^2}{dw} = 0 \Rightarrow 2w'\sigma_A^2 - 2(1-w')\sigma_B^2 + 2\sigma_A \cdot \sigma_B \cdot \rho_{AB} - 4w'\sigma_A \cdot \sigma_B \cdot \rho_{AB} = 0$$

$$\Rightarrow w' = \frac{\sigma_B^2 - \sigma_A \cdot \sigma_B \cdot \rho_{AB}}{\sigma_A^2 + \sigma_B^2 - 2\sigma_A \cdot \sigma_B \cdot \rho_{AB}}$$

reemplazando:

$$\Rightarrow w' = 0.714$$

$$\therefore \sigma_{\min \text{ var}}^2 = 0.00429 \Rightarrow \sigma_{\min \text{ var}} = 6.59\%$$

- c) Suponiendo que el máximo riesgo que Ud. puede asumir es de 15% (volatilidad del retorno). Cuánto debiera invertir en A y B, de manera de maximizar su retorno esperado?

El retorno es creciente con la volatilidad en la frontera eficiente. Por lo tanto, impongo una volatilidad de 15% y calculo  $w$  asociado a esta cartera:

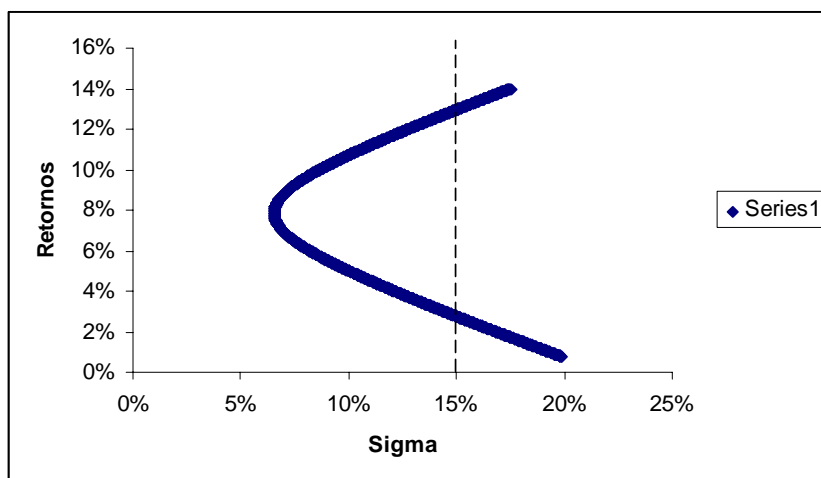
$$0.15^2 = w^2 \cdot 0.1^2 + (1-w)^2 \cdot 0.2^2 + 2w(1-w) \cdot 0.1 \cdot 0.2 \cdot (-0.5)$$

$$\Leftrightarrow 0.07w^2 - 0.13w + 0.0175 = 0$$

$$\Rightarrow w' = \frac{0.1 \pm \sqrt{0.1^2 - 4 \cdot 0.07 \cdot 0.0175}}{2 \cdot 0.07}$$

impongo frontera eficiente

$$w' = 0.204$$



Como se ve en el gráfico, hay dos puntos en la frontera que tienen una volatilidad de 15%, y que corresponden a las soluciones de la ecuación de segundo grado. Se escoge la de mayor rentabilidad, es decir  $w=0.204$

Este punto corresponde a una inversión de \$204.000 en A y \$796.000 en B, y tiene una rentabilidad de 12.96%.

- d) Construya una cartera C (invirtiendo en A y B), que tenga cero covarianza con el activo B. Cuál es el retorno esperado y la volatilidad de C?

Sea C la cartera que tiene cero covarianza con el activo B, ie:

$$r_c = w_c r_A + (1 - w_c) r_B$$

$$\text{cov}(r_c, r_B) = 0 = \text{cov}(w_c r_A + (1 - w_c) r_B, r_B)$$

$$\Leftrightarrow \text{cov}(w_c r_A, r_B) + \text{cov}((1 - w_c) r_B, r_B) = 0$$

$$\Leftrightarrow w_c \text{cov}(r_A, r_B) + (1 - w_c) \text{cov}(r_B, r_B) = 0$$

por propiedades bi-lineales de la covarianza. Luego aplicando las definiciones de varianza y covarianza,  $w_c$  es tal que cumple:

$$w_c \sigma_A \sigma_B \rho_{AB} + (1 - w_c) \sigma_B^2 = 0$$

$$\Rightarrow w_c = \frac{-\sigma_B^2}{\sigma_A \sigma_B \rho_{AB} - \sigma_B^2} = 0.8$$

Es decir, compro \$800.000 en acciones de A y \$200.000 en acciones de B. El retorno esperado y volatilidad de esta cartera es de:

$$r_c = 0.8 \cdot 0.05 + 0.2 \cdot 0.15 = 7\%$$

$$\sigma_c = \sqrt{0.8^2 \cdot 0.1^2 + 0.2^2 \cdot 0.2^2 + 2 \cdot 0.8 \cdot 0.2 \cdot 0.1 \cdot 0.2 \cdot (-0.5)} = 6.93\%$$

## Pregunta 12

- a) Si Ud. estima que la tasa libre de riesgo relevante para Chile es de 6% y que la prima por riesgo de mercado es de 7%. Calcule el retorno que debieran exigir los accionistas de CDUE si la tasa de impuestos corporativos en Chile es de 17% y además se espera que tras la colocación de acciones el club quede con una relación deuda-patrimonio de 3,5 veces. (2 puntos)

Usando que

$$\beta_l = \beta_u \left(1 + \frac{D}{E}(1-T)\right) \Rightarrow \frac{\beta_l}{\left(1 + \frac{D}{E}(1-T)\right)} = \beta_u$$

Se puede asumir que el beta desapalancado de CDUE es similar al resto de los equipos de la tabla, ya que se asume que el riesgo específico del negocio del fútbol es el mismo en esos países que en Chile, por lo que una buena aproximación de éste es el promedio de los que están en la tabla (explicación MUY importante, alguien podría argumentar que el beta del Lazio y del Hearts son distintos y no incluirlos, la explicación de eso podría ser que el negocio de esos clubes puede ser diferente ya que puede que tengan otras actividades relacionadas)

Entonces

Equipo	País	Impuestos	D/E	beta L	beta u
Lazio	Italia	37,25%		4,33	0,710
Newcastle	Inglaterra	30,00%		1,16	0,465
Oporto	Portugal	27,50%		0,98	0,457
Brondby	Dinamarca	30,00%		0,73	0,350
Southampton	Inglaterra	30,00%		1,95	0,640
Millwall	Inglaterra	30,00%		0	0,260
Hearts	Escocia	30,00%		3,82	0,700
				PROMEDIO	0,238

Como se mencionó anteriormente se asume que beta U de CDUE = beta U promedio = 0,238 (OJO: Calcular el promedio de los beta L es totalmente erróneo y no debiera recibir puntaje alguno)

ASUMIR QUE PORQUE SE PARECE EL D/E SE BE ELEGIR EL DEL HEARTS NO ESTÁBIEN, YA QUE LA TASA DE IMPUESTOS ES DIFERENTE

Entonces ahora volvemos a ocupar la formula para apalancar el beta de CDUE

$$\beta_l = \beta_u \left(1 + \frac{D}{E}(1-T)\right) = 0,238(1 + 0,5(1 - 0,17)) = 0,93$$

Entonces aplicamos CAPM

$$E(r_{CDUE}) = R_f + \beta_L(R_m - R_f) = 6\% + 0,93 \cdot 7\% = 12,51\%$$

- b) Calcule el costo de capital promedio ponderado de CDUE si la empresa se puede endeudar a una tasa de 27% anual. (1 punto)

$$WACC = R_d \frac{D}{V} (1 - T) + R_e \frac{E}{V}$$

**R<sub>d</sub>=27% (enunciado)**

**De la parte a) se sabe que R<sub>e</sub>=12,51%, entonces, además sabemos del enunciado de la parte a) que D/E=3,5 ➔**

$$\left. \begin{array}{l} \frac{D}{E} = 3,5 \Rightarrow D = 3,5E \\ V = D + E = 4,5E \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{D}{V} = \frac{3,5E}{4,5E} = \frac{7}{9} = 0,7\bar{7}$$

**Por lo tanto**

$$WACC = 27\% * \frac{7}{9} (1 - 17\%) + 12,51\% \frac{2}{9} = 21\%$$